2. Soit $\lambda > 0$. On pose $A(\lambda)$ l'aire de la partie du plan limitée par les courbes de f et g et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \lambda$.

a. Vérifier que $A(\lambda) = \left| \int_1^{\lambda} \frac{2dx}{x^3} \right|$. Calculer $A(\lambda)$.

b. Etudier et représenter la fonction $A : \lambda \mapsto A(\lambda)$.

c. Déterminer suivant les valeurs de m, le nombre de solutions de l'équation $A(\lambda) = m$.

8 1. Représenter dans un repère orthonormé, les fonctions f et g définies sur $]2, +\infty[$ par

$f(x) = x + 1 + \frac{4}{(x-2)^2}$ et $g(x) = x + 1$.

2. Soit $\lambda > 2$. On pose $A(\lambda)$ l'aire de la partie du plan limitée par les courbes de f et g et les droites d'équations $x = 3$ et $x = \lambda$.

a. Vérifier que $A(\lambda) = \left| \int_3^{\lambda} \frac{4dx}{(x-2)^2} \right|$.

b. Calculer $A(\lambda)$.

c. Etudier et représenter la fonction $A : \lambda \mapsto A(\lambda)$.

d. Déterminer suivant les valeurs de m, le nombre de solutions de l'équation $A(\lambda) = m$.

9 On considère les intégrales $A = \int_0^1 \frac{x}{(1+x^2)^3} dx$ et $B = \int_0^1 \frac{x^3}{(1+x^2)^3} dx$.

1. Calculer A.
2. Calculer $A + B$.
3. En déduire la valeur de B.

10 1. Calculer l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, dx$.

2. En déduire la valeur de l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \, dx$.

11 1. A l'aide d'une intégration par parties calculer l'intégrale $\int_0^{\pi} x \cos 2x \, dx$.

2. Soit les intégrales $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin^2 x \, dx$.

a. Calculer $I + J$ et $I - J$.

b. En déduire les valeurs de I et J.

12 1. Calculer l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$.

2. Soit la fonction f définie sur $[0, \frac{\pi}{4}]$ par $f(x) = \frac{\sin x}{\cos^3 x}$. Montrer que pour tout $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$, $f'(x) = \frac{3}{\cos^4 x} - \frac{2}{\cos^2 x}$.

3. Calculer l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^4 x}$.

13 Soit f la fonction définie sur $[0, \frac{\pi}{4}]$ par $f(x) = \frac{1}{\cos x}$.

1. Montrer que pour tout réel x de $[0, \frac{\pi}{4}]$, $1 \le f(x) \le \sqrt{2}$.

2. En déduire que $\frac{\pi}{4} \le \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dt}{\cos t} \le \frac{\pi\sqrt{2}}{4}$.

14 On pose $I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin x}{1+x^2} dx$.

1. a. Vérifier que pour tout $x \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$, $0 \le \frac{\sin x}{1+x^2} \le \frac{1}{1+\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}$.

b. En déduire un encadrement de I.

2. a. Vérifier que pour tout $x \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$, $\frac{\sin x}{1+\pi^2} \le \frac{\sin x}{1+x^2} \le \frac{\sin x}{1+\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}$.

b. En déduire un nouvel encadrement de I.

Qarray.tn - Agra Blech - Qarray.tn